# Генерация нормально распределенных случайных величин методом Бокса-Мюллера

Нормальное распределение, или распределение Гаусса, - распределение, играющее важнейшую роль во многих областях знаний из-за частого своего возникновения на практике (из-за чего и получило свое название).

Метод, основанный на центральной предельной теореме, обладает следующим недостатком: для высокой точности имитации гауссовского распределения необходимо суммировать большое число равномерных случайных величин, что влечет к неэкономному их использованию. Метод Бокса-Миллера лишен данного недостатка.

Пусть у нас есть независимые случайные величины x, y со стандартным нормальным законом распределения (математическое ожидание равно 0, дисперсия равна 1).

Запишем интеграл от плотности по всему пространству:

Используя преобразования

,

перейдем от декартовых координат к полярным:

Делаем замену переменных

Получим

Как видим, случайные величины x и y можно получить из независимых случайных величин u и w, имеющих равномерный и экспоненциальный () законы распределения соответственно. Для формирования случайной величины w воспользуемся методом обратных функций.

Функция распределения случайной величины w выглядит следующим образом:

Обратная к ней функция:

,

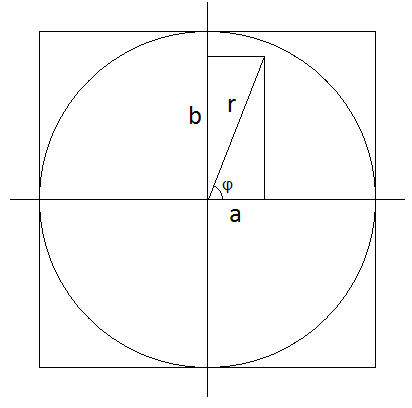
где v – равномерно распределенная на полуинтервале [0, 1) случайная величина.

Выразим x, y через u, v:

Таким образом, для получения нормально распределенных случайных величин x, y из равномерно распределенных на полуинтервале [0, 1) случайных величин u, v необходимо осуществить следующие преобразования:

Данные формулы применимы для формирования нормально распределенных случайных величин, однако в них присутствуют синус и косинус, являющиеся сложными для вычисления. Избавится от тригонометрических функций можно, используя метод исключения, предложенный Нейманом.

Для этого сгенерируем равномерно распределенные на отрезке [-1, 1] случайные величины a, b.



Найдем

Если s > 1 или s = 0, отбрасываем значения a и b и генерируем заново.

Так как случайные величины a и b равномерно распределены на отрезке [-1, 1], то точки с координатами (a, b) равномерно распределены в круге единичного радиуса, а значит случайная величина равномерно распределена на полуинтервале [0, ). В свою очередь, случайная величина s равномерно распределена на полуинтервале (0, 1] (докажите самостоятельно). Поэтому случайную величину s можно использовать вместо случайной величины v.

Так как равномерное распределение симметрично, можно заменить выражение случайной величиной s.

Алгоритм генерации нормально распределенной случайной величины:

1. генерируем равномерно распределенные на отрезке [-1, 1] случайные величины a, b;
2. Находим ;
3. Если или переходим на шаг 1, иначе переходим на шаг 4;
4. Вычисляем независимые нормально распределенные случайные числа по формулам:

Отношение площади окружности единичного радиуса к площади квадрата со стороной два равно , что значит примерно 21,5% чисел будет отброшено, т.е. для одной нормально распределенной случайной величины понадобится равномерно распределенных случайных величин.

# Лабораторная работа «Генерация нормально распределенных случайных величин методом Бокса-Мюллера»

**Задание**

Написать программу реализующую формирование нормально распределенной случайной величины методом Бокса-Мюллера, методом Бокса-Мюллера с исключением и методом, основанном на центральной предельной теореме.

Выполнить статистическое исследование (построение гистограммы, точечных, интервальных оценок). Сравнить времена выполнения.

Сделать вывод о целесообразности применения метода Бокса-Мюллера.